Prefix i Sufix Suma

NIZOVI

Ko ovo ne zna, kečina za kraj.

Problem se sastoji usledećem. Potrebno je Q puta odgovoriti na upit:

\* kolika je suma u nekom [A,B] intervalu niza od N članova.

Ako svaki put presabiramo sve člalove intervala, u najgorem slučaju vremenska složenost je Q\*N.

Ako koristimo Prefix Sum, tada je u vremenska složenost = N+Q. {to je izuzetno brzo).

PREFIX SUMA = zbir svih članova niza od početka do posmatranog člana.

**Niz N ={ 0, 1, 2, 3, 8,-10, 0,15,16}**

**Prefix Suma Pref={ 0, 1, 3, 6,14, 4, 4,19,35}**

**Prefix Suma Suf ={35,35,34,31,25, 35,35,31,16}**

Prefix suma se lako izra;unava, u samo jednom prolasku kroz niz.

**for (int i=1; i<=n; i++) Pref[i]=Pref[i-1]+N[i]; // pripaziti da N[0] bude 0.**

Isto važi i za sufix sumu.

**for (int i=n; i>0; i--) Suf[i]=Suf[i+1]+N[i];** **// pripaziti da N[i+1] bude 0.**

Kako sad ovo upotrebiti?

Ako je potrebno odgovoriti na upit Q=[2,7] tj kolika je suma od drugog do sedmog člana niza

To je ili   
  
**Pref[7]-Pref[1]**  
ili  
  
**Suf[2]-Suf[8]**

U oba slučaja zbir je 18. Zašto je tako zaključite sami.

**MATRICE**

Data je matrica od N\*M članova.

Problem se sastoji usledećem. Potrebno je Q puta odgovoriti na upit:

\* kolika je suma u nekom pravougaonom segmentu matrice?

Ako svaki put presabiramo sve člalove intervala, u najgorem slučaju vremenska složenost je Q\*N\*M.

Ako koristimo Prefix Sum, tada je u vremenska složenost = N\*M+Q. {to je mnogo brže).

Data je matrica 4\*5

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| 11 | 12 | 13 | 14 | 15 |
| 16 | 17 | 18 | 19 | 20 |

Njena prefix suma bi bila

| 1 | 3 | 6 | 10 | 15 |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| 7 | 16 | 27 | 40 | 55 |
| 18 | 39 | 63 | 90 | 120 |
| 34 | 72 | 114 | 160 | 210 |

PREFIX SUMA = zbir svih članova niza od početka (gornji levi ugao) do posmatranog člana.

U našem slučaju PS[3][4] = 90 a to je zbir svih članova od M[1][1] do M[3][4]

Kako iskoristiti to za bilo koji pravougaoni interval matrice M?

Recimo interesuje nas suma od M[2][2] do M [4][4]

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| 11 | 12 | 13 | 14 | 15 |
| 16 | 17 | 18 | 19 | 20 |

Njena prefix suma bi bila

| **1** | 3 | 6 | **10** | 15 |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| 7 | 16 | 27 | 40 | 55 |
| 18 | 39 | 63 | 90 | 120 |
| **34** | 72 | 114 | **160** | 210 |

Suma = PS[4][4]-PS[1][4]-PS[4][1]+PS[1][1]

Suma= 160-34-10+1

Suma= 117.

Suma svakog pravougaonog interval koji se traži dobije se zbirom 4 člana umesto W\*H ybirova ako je W širina a H visina pravougaonika.

Takodje nalaženje PS je u jednom prolazu kroz matricu:

**for (int i=1; i<=n; i++)**

**for (int j=1; j<=m; j++)**

**PS[i][j]= M[i][j]+ PS[i-1][j]+ PS[i][j-1]- PS[i-1][j-1];**

**( M[i][j]= M[i][j]+ M[i-1][j]+ M[i][j-1]- M[i-1][j-1]; )**

Opšti slučaj pravougaonika [a][b] do [c][d]   
  
Suma = PS[c][d]-PS[c][b-1]-PS[a-1][d]+PS[a-1][b-1]

Zada tak: <http://bee.bubblecup.org/Problems/PopulacijaGrada>

Zadatak: https://www.hackerearth.com/practice/algorithms/dynamic-programming/2-dimensional/practice-problems/algorithm/dynamic-programming-2-d/